

Die Blätter dürfen in Gruppen von bis zu zwei Personen bearbeitet werden.  
Abgabe **individuell** bis zum **09.01.2019, 23:59 Uhr** per Mail an den jeweiligen Tutor und Frederic Raber.  
Als Betreff bitte `gdmi-[ROT|GRÜN|BLAU]-Matrikelnummer1-Matrikelnummer2-8` verwenden und  
sowohl Namen als auch Matrikelnummern aller Gruppenmitglieder auf der Abgabe vermerken.

Geben Sie bei allen Aufgaben an, auf welche Quellen Sie sich beziehen.

## Aufgabe 1: DCT und Quantisierung (8 Punkte)

Betrachten Sie folgende Formel zur Berechnung der Forward-DCT eines  $8 \times 8$  Bildes:

$$F_{uv} = \frac{1}{4} c_u c_v \sum_{x=0}^7 \sum_{y=0}^7 f(x, y) \cos \frac{(2x+1)u\pi}{16} \cos \frac{(2y+1)v\pi}{16}$$

$$c_u, c_v = \begin{cases} \frac{1}{\sqrt{2}} & u, v = 0 \\ 1 & \text{sonst} \end{cases}$$

- Berechnen Sie mit Hilfe der Forward-DCT des Bildes  $f$  die folgende Matrix  $F$ .  
Das Bild  $f : (I \times I) \rightarrow G$  wird hier als Matrix dargestellt, wobei  $I = \{0, 1, \dots, 7\}$ ,  $G = \{0, 1, \dots, 255\}$  und  $f(x, y)$  den  $y$ -ten Eintrag in der  $x$ -ten Spalte darstellt.  
Runden Sie jeweils auf 4 Nachkommastellen und geben Sie alle Rechenschritte an.

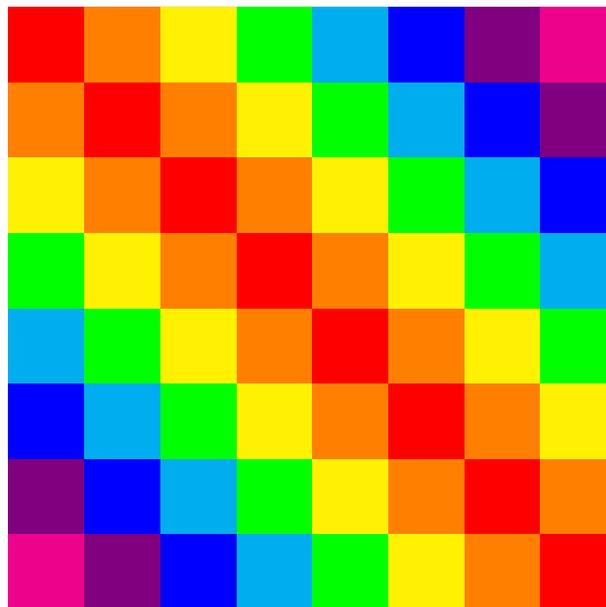
$$\text{Bild} = \begin{bmatrix} 10 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 7 \\ 5 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 5 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 7 \\ 10 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 3 \end{bmatrix}, \quad F = \begin{bmatrix} F_{00} & F_{10} \\ F_{01} & F_{11} \end{bmatrix}$$

- Berechnen Sie die Quantisierung  $F^Q$  für die Matrix, die sie in der ersten Teilaufgabe erhalten haben:  
Nutzen Sie dabei folgende Quantisierungs-Matrix  $Q$  und -Formel:

$$Q = \begin{bmatrix} -7 & 2 \\ 8 & 20 \end{bmatrix}, \quad F_{uv}^Q = \begin{cases} \lfloor \frac{F_{uv}}{Q_{uv}} \rfloor & F_{uv} > 0 \\ \lceil \frac{F_{uv}}{Q_{uv}} \rceil & \text{sonst} \end{cases}$$

## Aufgabe 2: Kodierung von Bildern (8 Punkte)

Betrachten Sie für diese Aufgabe folgendes Bild:



1. Kodieren Sie das Bild mit Hilfe der Huffman Kodierung (zeilenweise von links oben) und geben Sie als Zwischenschritt den Huffman-Baum an. Ihr Zeichenvorrat ist in diesem Fall der Vorrat an Farben. Benutzen Sie Leerzeichen und Zeilenumbrüche, damit Ihre Kodierung besser lesbar ist.
2. Es macht wenig Sinn, dieses Bild zeilen- oder spaltenweise mit Hilfe der Lauflängenkodierung zu kodieren. Entwerfen Sie präzisen Pseudo-Code, der beschreibt, wie der Kodierer durch das Bild durchgehen soll, um es zu effektiver kodieren. *Tipp: Setzen Sie das Koordinatensystem links unten mit (0,0) an.*

## Aufgabe 3: Fourier-Transformation (4 Punkte)

Zeigen Sie:

$$F(\omega) = \int f(t)e^{-2\pi\omega t} dt$$

Nutzen Sie dafür die folgende Definition:  $F(\omega) = \int f(t) \cos(2\pi\omega t) dt + i \cdot \int -f(t) \sin(2\pi\omega t) dt$